Final-offer arbitration (FOA) is an arbitration procedure. used in about a dozen states and some professional sports, under which the arbitrator is restricted to choosing one or the other of two ‘tinal olfers’ proposed by two parties to a dispute. Modeled as a two-person, zero-sum game of imperfect information, in which the parties are assumed to know the probability distribution of the arbitrator’s fair settlements and to make final offers to maximize their expected payoffs, FOA does not induce the two parties to converge but rather to make final oflers usually two or more standard deviations apart. However, if either or both parties attach added value to winning per se (i.e., by having their offer chosen) - independent of the value of the settlement - then the Nash equilibrium linal offers will tend to be drawn together and, in some cases, converge. Arbitration data from New Jersey appear to be consistent with the predictions of this model.

1. Introduction

Final-offer arbitration (FOA) is an arbitration procedure, used in about a dozen states and some professional sports, under which the arbitrator is restricted to choosing one or the other of two ‘final offers’ proposed by two parties to a dispute. Unlike in conventional arbitration, whereby the arbitrator can impose a settlement that is usually a compromise between what each party offers, the parties under FOA would seem well advised to be reasonable in their final offers. For if one side makes an outrageous final offer, the arbitrator will choose the (more reasonable) final offer of the other side. Unfortunately, the apparent incentive that each side has to be reason- able in its demands under FOA does not generally promote complete convergence of the final offers - either in theory or in practice - as has been shown in Farber (1980), Brams and Merrill (1983) and Ashenfelter and Bloom (1984).

Suppose, however, that one or both players under FOA derive(s) value solely from winning (i.e., having its offer chosen), independently of the settlement that each proposes. To model the situation in which winning per se adds value to the settlement under FOA, we assume that the final offer selected by the arbitrator is more valuable to the player who proposed it than were the same final offer proposed by the other party and selected by the arbitrator.

Whether the parties to a dispute gain value from winning under FOA is an empirical question. Some data from New Jersey public-employee disputes involving the police indicate that there may be a differential benefit that the parties attach to winning, with the unions - perhaps to impress or assuage their members - assigning greater weight to getting their offers accepted than the local governments in these cases. Political candidates in a two-party race may also derive differential benefits from winning, which, as we will show, may have consequences for the positions they take in order to attract the median voter.

As one might expect, the recognition by one party to a dispute that its opponent inordinately values winning per se enables the iirst party to obtain a better settlement under FOA than if both parties considered winning immaterial. Auspiciously, when both parties value winning equally, and by a great enough amount above and beyond the actual settlement, their optimal final offers will converge under FOA.

In situations in which winning is valued for its own sake under FOA, we call the added value that a party attaches to winning its internal bonus. But there is no reason in principle why a bonus cannot be built into the reward structure of FOA. In fact, we shall analyze a modified form of FOA, which we call FOAB, in which an external bonus is given to the winner that is paid by the loser and that is a function of the distance between the final offers.

Given that neither party attaches an internal bonus to winning, does FOAB induce the two sides to converge? Unfortunately, the answer is no, whatever the distance function, but awarding an external bonus to the winner equivalent in value to the gap between the final offers can help, reducing by two-thirds the distance between the optimal (non-convergent) final offers. Of course, internal bonuses can induce the two sides to approach each other further, so a combination of internal and external bonuses could well facilitate an agreement.

2. FOA with bonus

In Brams and Merrill (1983, Theorem 1, p. 929), we gave necessary and sufficient conditions .for existence of a global (Nash) equilibrium under FOA, where this procedure was modeled as a two-person, zero-sum game of imperfect information. (A global equilibrium is a pair of strategies such that neither party can benefit from a unilateral deviation.) The parties in our model are assumed to know the probability distribution of the arbitrator's fair settlements and to make final offers in an infinite strategy space (modeled by the real line) that maximize their expected payoffs. The arbitrator is assumed to choose that final offer which is closer to his preferred settlement.

Global equilibria, when they exist in pure strategies, represent offers which are (1) symmetric about the median of the common probability distribution for the arbitrator's notion of a fair settlement, and (2) separated from one another by a quantity equal to the reciprocal of the density function of this distribution evaluated at the median. For most common distributions, this separation represents two or more standard deviations (for the normal distribution, the gap is fi~2.51 standard deviations); the separation also depends on the risk aversion of the parties [Wittman (1986)].

Our previous model assumes that the parties realize utility only from the numerical value of the settlement. In their expected-utility calculations, they trade off that value against the probability of being chosen by the arbitrator.

Assume, however, that two bargainers, A (the 'low' bidder, e.g., manage- ment, whose final offer is a) and B (the 'high' bidder, e.g., labor, whose final offer is b) perceive themselves to attain bonuses SA and SB, respectively, for winning a settlement per se. Moreover, assume that these bonuses are known to each player - they are common knowledge.

We assume that the arbitrator's notion of a fair settlement has a continuous distribution with probability density function f and distribution F with F'=f (or at least one-sided derivatives of F exist for each x), and that the median of this distribution is, without loss of generality, 0. We also assume that player A seeks to minimize the payoff function

ФОРМУЛА

Note that the bonus S, is subtracted from A's offer when management wins - it wants a lower wage scale - which will occur with probability F[$a + b)]. That is, with this probability the arbitrator's choice will be closer to A's offer than to B's; similarly, with complementary probability B's offer will win and A will receive no bonus. Player B, on the other hand, seeks to maximize

ФОРМУЛА

Taking partial derivatives, we obtain, for a critical point (a, b),

ФОРМУЛЫ 3 - 10

A local equilibrium is a pair of strategies each contained in neighborhoods such that neither party has an incentive to deviate within its neighborhood. Such an equilibrium occurs at a solution (u,,b,) of eqs. (5) and (6), or equivalently, at the corresponding solution of eqs. (9) and (lo), if GB has a local maximum and G, a local minimum, i.e., if

ФОРМУЛА

Applying (9) and (10) to (3) and (4), the inequalities above hold if

ФОРМУЛА 11

where m, =$(a, + b,) is the midpoint between the local equilibrium offers a, and bI. Note that when there are no bonuses (S,=Sa=O), F(m,)=i and m,=O, so that condition (11) becomes \f'(0)(<4f2(O). This special case was given in Brams and Merrill (1983, p. 930).

Convergence of the final offers is obtained if d = 0, i.e., according to (9), if

ФОРМУЛА 12

Denote by (a,, b,) the global equilibrium strategy in the absence of bonuses. It was shown in Brams and Merrill (1983, p. 929) that b,,-a0 = l/f(O). Hence, if f has its maximum at 0 (as is the case for any symmetric, unimodal distribution), then (12) implies that

ФОРМУЛА

i.e., the sum of the values of the bonuses, to induce convergence, must be equal to or greater than twice the gap between the local equilibrium offers that occurred before the bonuses. Intuitively, the bonuses must equal at least twice the gap because, in a particular settlement, only one of the bonuses can be won, making the expected value of each only half its 'face value'. Thus, if the bonuses are equal, each must be equal to at least the gap in order for the parties to be motivated to close it.

Case 1. Suppose that the perceived bonuses for each bargainer are the same, i.e., S,=Sa=S. Then, by eq. (lo), F(m) =$, m=O, and b-u= l/f(O) -S. Condition (11) becomes [f'(O)1c4f2(0), as before the bonus. In fact, the global equilibrium is

ФОРМУЛА

which is symmetric about the origin and converges if S= l/f(O). To prove that (a,, b,) is a global equilibrium, it suffices to show that G,(u,, b)s$S for all b [since Gs(u,, b,)=fS by eq. (2)]. The proof is almost identical to that of Theorem 1, part II, in Brams and Merrill (1983, pp. 930-931).

Case 2. Party B perceives a positive bonus S,=S, whereas A does not (S,=O). As before, assume B is labor and A is management. Conditions (9) and (10) become

ФОРМУЛА 13-14

where, again, m = $(a -I-b). For convergence to occur, we would need S= 2/'(m), in which case F(m) =)-+=O, i.e., m=F-'(0). Clearly, if F-'(O)=

- co, no convergence occurs. If m= F-'(O) # - co and f(m) >O, then conver- gence occurs at a, = b, = F-'(O), i.e., at the left-most point of the support of the probability density f, a point decidedly in favor of management.

Assuming that only party B receives a bonus and that the bonus is of size S=2, we obtain, for a variety of well-known distributions, the values in table 1 for m,d (with a bonus), a,, and b,. Such a bonus is twice the gap d that occurs without a bonus, assuming that each density is normalized so that f(O)= 1. (This normalization is possible for any distribution satisfying the necessary condition, f(O)#O, for the existence of a local equilibrium without a bonus.) Additional details are given in Appendix A. We are unable to prove that the local equilibrium at (al,b,) is a global equilibrium. Computer calculation suggests, however, that the equilibria with bonus are global for all distributions listed in table 1. Without a bonus (S=O), the global equilibrium pair of strategies is (- 0.5,0.5), m = 0, and d = 1, independently of the distribution [see Brams and Merrill (1983, p. 930)]. In the presence of a bonus, however, the (local) equilibrium strategies (a,, b,) depend on the distribution, as indicated in table 1. It follows from (14) that ms0 for any positive value of S, i.e., the mean (local) equilibrium offer cannot increase in the presence of a bonus. The exponential distribution is omitted from the table because no solution exists if S exceeds the gap (convergence occurs when S equals the gap).

Convergence of the (local) equilibrium offers is achieved for the exponen- tial distribution (for S= 1) and the uniform distribution (for S= 2), but not for the other distributions considered. In each case depicted in table 1, a bonus for labor causes the gap between equilibrium offers to decrease or stay the same (see also Appendix A). Furthermore, both offers decrease or remain the same, i.e., labor's (local) equilibrium offer is less favorable for labor and management's more favorable for management.

3. Application to New Jersey police arbitration cases, 1978-1980

Ashenfelter and Bloom (1984) studied 423 arbitration cases in New Jersey involving salary disputes between the police and local governments over the period 19781980. Of these, 324 were conducted under FOA and 99 under conventional arbitration. Of the 324 FOA settlements, more than two-thirds (69%) were awarded to labor. After presenting convincing evidence that the FOA 'decisions were generated by a set of impartial arbitrators who were systematically applying the same standards used in conventional arbitration cases', Ashenfelter and Bloom further indicate that, under FOA,

the parties may not typically position themselves equally distant from, and on opposite sides of, the arbitrator's preferred award. This might happen either because unions have a more conservative view of what arbitrators will allow, or because unions may be more fearful of taking a risk of loss than are employers. [Ashenfelter and Bloom (1984, p. 123)]

We suggest that one way to account for this conservative behavior by labor is to postulate that labor, but not management, perceived itself to receive a bonus for winning. As indicated in table 2, final offers (expressed as percent increases in total compensation) averaged 7.9% for labor and 5.7% for management. Conventional arbitration awards averaged 7.7x, much closer to the labor than the management mean under FOA.

If management and labor final offers are denoted by a and b, respectively, then the probability that management wins the award, for an impartial arbitrator, is #(a+ b)], where F is the distribution function for the arbitrator's preference. Ashenfelter and Bloom assume F is a normal distribution. Although the arbitrator's true preference is not revealed, the two parameters, p and /I, of this normal distribution may be estimated by probit analysis from a series of observed arbitrator choices from union and management final offers. Based on the outcome of the 324 FOA cases in New Jersey, Ashenfelter and Bloom estimate the mean of this distribution to be 8.0x, only slightly higher than the mean conventional-arbitration award and approximately equal to the mean union offer under FOA.

To determine the equilibrium strategies, either with or without a bonus, we must also estimate the standard deviation of the arbitrator's preferences. This standard deviation, estimated to be 2.3% by Ashenfelter and Bloom, incor- porates between-arbitrator and between-case variation, as well as uncertainty about the arbitrator's preference in the eyes of labor and management. Ashenfelter and Bloom (1984, p. 122) attempt to eliminate between-arbitrator variability by incorporating arbitrator indicator functions into their regres- sion model. The residual standard deviation varies from 1 to 3% (for different years) but the confidence intervals are wide because only a fraction of the data, involving frequently used arbitrators, is retained. Bloom (1986, p. .583), in a separate study in which arbitrators were presented with simulated cases based on the New Jersey police arbitration experience, found that separating out the between-case variation reduced the standard deviation from 1.82 to 1.52%.

Suppose, as a working hypothesis, that the standard deviation of arbitrator uncertainty, after accounting for between-arbitrator and between-case varia- tion, is 1.5% and that the mean arbitrator position is 8.0% (as estimated by Ashenfelter and Bloom). We may compute equilibrium final offers both with and without a labor bonus. Assuming a normal distribution and no bonus, (global) equilibrium management and labor offers are 6.1% and 9.9X, respectively, both much higher than the observed mean offers (5.7% and 7.9%).

Were labor to perceive a bonus for winning of 3.8% (equal to the gap between the global equilibrium offers without bonus), then the (local) equilibrium offers become 5.9% for management and 8.4% for labor, closer to the offers actually observed (see fig. 1). Decreasing the estimated standard deviation from 1.5 to 1.0% narrows these equilibrium offers both with and without a bonus but similarly yields an equilibrium with a bonus that is consistent with the observations of Ashenfelter and Bloom. Note, as Ashenfelter and Bloom do, that labor pays dearly for enhancing its probability of winning: the expected value of the settlement decreases significantly in value.

4. Application to spatial models of electoral competition

The FOA model has an interesting interpretation in political science. In a two-candidate election using a unidimensional spatial model [Downs (1957). Enelow and Hinich (1984)], candidates and voters are placed on a real-line scale from liberal (left) to conservative (right). In the simplest form of the model, voters vote for the candidate whose position is closer to their own.

The classical median-voter theorem for two-candidate races [Black (1958), Davis and Hinich (1966, 1967), Plott (1967)] states that, under reasonable conditions, the optimal strategy for purely winning-oriented candidates is to place themselves at the median position. In practice, however, competing candidates seldom declare identical platforms. We suggest that a more realistic model may be patterned on FOA with a bonus.

Suppose that the position of the median voter is not known with certainty, but rather that it can be described by a probability density function, and that this median-voter distribution is the same for both candidates. Suppose, further, that each candidate has an ideal political position, one candidate to the left and one to the right of center, which each would like to see implemented. Each has a declining utility for other positions as they recede toward the center from the ideal. Suppose, for the moment, that the policy position implemented is the one declared during the campaign by the winning candidate. Assume, further, that a candidate reaps no utility from winning per se, attaching the same utility to an implemented platform regardless of who implements it.

This setting simulates FOA without a bonus. The declared positions of the candidates can be interpreted as final offers to the voters. The (unknown) median voter operates as an arbitrator. The candidate whose declared position turns out, after the election, to be closer to that of the median voter receives a majority of the votes and wins. But, because of the uncertainty before the election inherent in the median-voter distribution, the candidates can be expected to choose equilibrium strategies (declared platforms) equidistant from the median of the median-voter distribution, just as under FOA without a bonus. For each candidate, such a strategy constitutes a trade-off between the utility of a platform to be implemented and the probability that it will be chosen by the voters.

If, however, candidates seek to win as well as wish to see desirable policies implemented [Wittman (1983) Calvert (1985)], their behavior can be modeled as FOA with a bonus. The bonuses for winning, sought presumably by both sides, will act not only to narrow the gap between the declared platforms but also to skew both of these adopted positions away from the candidate who is more willing to yield position in order to win. Further narrowing of the gap may be caused by the willingness of a candidate, once elected, to deviate from his declared platform.

The utility, however, of a bonus sufficient to induce convergence of the platforms may need to be quite high indeed. In most two-candidate races, therefore, the candidates tend to be distinguishable in terms of some underlying dimension.

5. External bonus under FOAB.

So far we have assumed that the bonuses of the two parties for winning, whether in a dispute or an election, are internal: they accrue to the winner of FOA, or, in an election, from the satisfaction or pride of winning. But now suppose that the rules of FOA are modified and, under what we earlier called FOAB, the bonus is made external.

In particular, assume that the winner is awarded a bonus equal in value to the gap between the final offers, to be paid for by the loser. In other words, given final offers a and b, if labor wins, labor is awarded not b but b + (b - a), and management receives not a but a-(b-u). The situation is reversed if management wins.

This escalation of the stakes narrows the gap between equilibrium final offers by a factor of 3, i.e., the gap (b-a) is lowered from l/f(O) to 1/3f(O). Specifying S,=(b-a) and SA=(b -a) in formulas (1) and (2), the modified game becomes zero-sum, yielding a single pay-off function

ФОРМУЛА

where m denotes $(a + b). Taking partial derivatives as in section 2, we obtain a critical point for the payoff function at + 1/3f(O), which is at least a local equilibrium whenever (f'(O)1< 12[f(O)]'. Note that one cannot substitute directly in (9) and (10) because the bonus involves the variables of differentiation.

Unlike internal bonuses, each equal to the gap b,-a, between equilibrium

offers, which induce convergence, external bonuses of the same size do not. This occurs because, should either party move toward the center, the external bonus diminishes, reducing the expected payoff relative to that from an internal bonus, which remains fixed.

The equilibrium under FOAB occurs at precisely the set of final offers such that, under the modified rules of FOAB, the settlement will be one or the other of the equilibrium strategies that would have occurred under ordinary rules. For example, if equilibrium strategies under ordinary FOA are + 1, the equilibrium strategies under the modified rules are +$, defining a gap of $ which, when awarded to the winner and paid by the loser, yields a settlement at either + 1 or - 1. Hence, FOAB has no effect on the one- sidedness of outcomes under FOA but does have the virtue of moving the two parties much closer together, from where they may be able to close the gap on their own (given the rules permit them to negotiate before one or the other offers is selected by the arbitrator). From a normative viewpoint, therefore, it is more appealing than FOA.

More generally, if the *winner wins (and the loser loses) an amount proportional to the gap, say p(b-a), then equilibrium strategies are again symmetric, with the equilibrium gap equal to

ФОРМУЛА 15

Convergence of the final offers is obtained only asymptotically as the proportion p approaches infinity.

Note that the proportion p=O corresponds to ordinary FOA; p= 1 corresponds to FOAB. A settlement defined by (exactly) 'splitting the difference' is equivalent to a negative bonus of i(b - a), i.e., to p = - $.

Unfortunately for the parties, as p approaches -f, (b-a) approaches infinity, i.e., divergence of the offers occurs. This fact helps explain why an arbitrator, likely to split the difference under conventional arbitration, simply encourages extreme posturing and outrageous demands by each side.

Although FOAB does not in theory produce complete convergence, the near convergence it induces may, in practical terms, be sufficient to persuade the two parties to come together on their own - either before FOAB is implemented or before the arbitrator announces a decision. By converting the arbitration process into a high-stakes gamble, FOAB has the potential to draw the two parties together. However, it may render more difficult the task of convincing the disputants to accept FOAB in the first place, especially if they are risk-averse.

6. Conclusions

It is not uncommon that one side is perceived to win in a dispute settled by conventional arbitration - even when the arbitrator splits the difference in some fashion - but it is far more common that the settlement is seen as a compromise for both sides, with neither completely happy about the outcome. Under FOA, by contrast, there is never any question about who won, but to win by 'giving the house away' vitiates, of course, the very meaning of winning.

The New Jersey dispute data suggest that the unions, because they probably value winning more than management, are more conservative in their final offers. If they attach an internal bonus to winning that the local governments do not - and the governments as well as the unions know this - the governments can use this knowledge to choose equilibrium strategies that exploit this information. But the unions also have equilibrium strategies that take into account the fact that their bonuses will enable them to win more often.

In general, when one side but not the other sees a bonus in winning, the side that places the added value on winning will be hurt in the settlement, suggesting that it should try to hide this fact. When the two sides value winning equally, however, their equilibrium strategies will approach each other, converging when the bonus of each is exactly the gap between their final offers. Similarly, political candidates probably approach each other to the extent that they both value winning and do so more or less equally.

This result led us to incorporate an external bonus into FOA, giving FOAB, to try to induce two parties to resolve their differences on their own by creating a greater incentive to converge in their final offers. The most promising revision in FOA is to add the gap between the two final offers to the winner's settlement, which the loser would have to pay. Thus, the penalty for the loser is increased, and the winning settlement is sweetened, because the loser must pay not only the winner's final offer but also the difference between this offer and his or her own. Yet such a 'double' penalty for losing is still not sufftcient to induce convergent final offers without internal bonuses as well. The procedure, however, known as combined arbitration [Brams and Merrill (1986) Brams (1990, ch. 3) and Brams, Kilgour and Merrill (1991)], accomplishes this, at least in principle for symmetric, unimodal distributions.

Briefly, under combined arbitration, FOA is used if the arbitrator's choice falls between the two final offers; if they converge or criss-cross, the average of these offers is taken as the settlement. On the other hand, if the arbitrator prefers a settlement outside the two final offers, more extreme than either one, this becomes the settlement. In the latter case, combined arbitration robs the parties of the incentive to be extreme themselves - the arbitrator 'protects' each on its side, enabling each to 'afford' to compromise.

A rule that shifts somewhat the onus back to the arbitrator, as does combined arbitration when the arbitrator's choice of a settlement prevails,

seems necessary in order to induce the two sides to converge completely. Paradoxically, the need for the arbitrator actually to make a choice under combined arbitration is obviated, at least in theory, because the incentives are such that the two parties will converge on their own. Thereby, the threat of using combined arbitration may lead to its own demise. Even under FOA, the threat of its use seems to put the disputants in a bargaining mood. Thus, in 1987 only 26 of 109 major league baseball players who initially filed for arbitration in salary disputes actually decided to use FOA, as prescribed in such disputes, in the end [Chass (1988)].

FOAB would certainly increase the pressures on the parties to be more accommodating by making it more costly for them to lose. But these pressures are never, at least in theory, strong enough to induce convergence. Moreover, the equilibrium settlement will be the same one-sided outcome as under FOA, leading us to favor combined arbitration, which promotes complete convergence of the disputants' final offers.

Appendix A

In this appendix we describe the effect of a bonus on equilibria for several distributions. If f has an exponential distribution f(x)=emX, x10, a global equilibrium without a bonus occurs at (a,,b,)=(ln2-l,ln2+1)= (-0.307,1.693). If, however, B (labor) perceives a bonus equal to the gap between global equilibrium strategies (d=2), then convergence occurs at (a,, b,)=(O,O), the left-hand endpoint most favoring management. Note that both strategies are affected by the knowledge of a bonus to one party. The convergent equilibrium for a uniform distribution also occurs at the left-hand endpoint, which is, coincidentally, A's equilibrium strategy when there is no bonus (B's equilibrium strategy without a bonus is the right-hand endpoint). For a symmetric triangular distribution, F- '(0) is the left-most point of the support of density f. Since f =0 at this point, however, there is no convergence.

Distributions can be constructed for which the gap increases in the presence of a bonus. For example, let f(x)= 1 for 1x1SO.25 and =4 for 0.25<Ixls 1. When S=3, d= 1.5, ai= - 1, and b, =OS, so that a sufficiently large bonus can induce the offers to diverge for this distribution. If, however, f is symmetric and exceeds e-2lXl on the interval [m,O], then d < 1 and b, ~0.5, i.e., the parties are drawn together and the equilibrium offer for labor is lower than without a bonus.

Финальный арбитраж (FOA) - это арбитражная процедура. используется примерно в дюжине штатов и в некоторых видах профессионального спорта, в рамках которых арбитр ограничен в выборе одного или другого из двух «олефов», предложенных двумя сторонами в споре. Моделируемая как игра с несовершенной информацией с нулевой суммой для двух человек, в которой предполагается, что стороны знают распределение вероятностей справедливых расчетов арбитра и делают окончательные предложения, чтобы максимизировать ожидаемые выплаты, FOA не побуждает обе стороны сходятся, но, скорее, чтобы окончательные предложения, как правило, два или более стандартных отклонений друг от друга. Однако, если одна или обе стороны придают добавочную стоимость выигрышу как таковому (то есть, выбрав свое предложение) - независимо от стоимости урегулирования - тогда равновесные линиальные предложения Нэша будут иметь тенденцию объединяться, а в некоторых случаях сходятся. Арбитражные данные из Нью-Джерси, похоже, соответствуют прогнозам этой модели.

Введение

Финальный арбитраж (FOA) - это арбитражная процедура, используемая примерно в дюжине штатов и некоторых профессиональных видах спорта, в рамках которой арбитр ограничивается выбором одного или другого из двух «окончательных предложений», предложенных двумя сторонами в споре. В отличие от обычного арбитража, когда арбитр может навязать урегулирование, которое обычно является компромиссом между тем, что предлагает каждая сторона, сторонам в рамках FOA, как представляется, рекомендуется разумно подходить к своим окончательным предложениям. Если одна сторона делает возмутительное окончательное предложение, арбитр выберет (более разумное) окончательное предложение другой стороны. К сожалению, очевидный стимул, что каждая сторона должна быть разумной в своих требованиях в рамках FOA, как правило, не способствует полной конвергенции окончательных предложений - ни в теории, ни на практике - как было показано в Farber (1980), Brams and Merrill (1983) и Ашенфелтер и Блум (1984).

Предположим, однако, что один или оба игрока в рамках FOA получают ценность (и) исключительно из выигрыша (то есть, выбрав свое предложение), независимо от урегулирования, которое предлагает каждый. Чтобы смоделировать ситуацию, в которой выигрыш сам по себе увеличивает стоимость урегулирования в рамках FOA, мы предполагаем, что окончательное предложение, выбранное арбитром, более ценно для игрока, предложившего его, чем то же окончательное предложение, предложенное другой стороной и выбранное арбитр.

Получают ли стороны в споре выгоду от победы в рамках FOA - вопрос эмпирический. Некоторые данные из споров между государственными служащими штата Нью-Джерси с участием полиции указывают на то, что стороны могут получить различную выгоду для победы, а профсоюзы - возможно, чтобы произвести впечатление или успокоить своих членов - придают больший вес принятию их предложений, чем местные правительства в этих случаях. Политические кандидаты в двухпартийной гонке могут также получить различные выгоды от победы, что, как мы покажем, может иметь последствия для позиций, которые они занимают, чтобы привлечь срединного избирателя.

Как и следовало ожидать, признание одной стороной в споре того факта, что ее оппонент чрезмерно ценит выигрыш как таковой, позволяет первой стороне получить лучшее урегулирование в соответствии с FOA, чем если бы обе стороны считали выигрыш несущественным. К счастью, когда обе стороны оценивают выигрыш одинаково и на достаточно большую сумму, превышающую фактический расчет, их оптимальные окончательные предложения будут сходиться в рамках FOA.

В ситуациях, когда выигрыш оценивается ради самого себя в рамках FOA, мы называем добавленную стоимость, которую сторона придает выигрышу своего внутреннего бонуса. Но нет принципиальной причины, по которой бонус не может быть встроен в структуру вознаграждения FOA. Фактически, мы проанализируем модифицированную форму FOA, которую мы называем FOAB, в которой победителю присваивается внешний бонус, который выплачивается проигравшим, и который зависит от расстояния между финальными предложениями.

Учитывая, что ни одна из сторон не придает внутренний бонус победе, побуждает ли FOAB сходиться две стороны? К сожалению, ответ отрицательный, какой бы ни была функция расстояния, но может помочь распределение внешнего бонуса, эквивалентного по значению победителю, разрыву между окончательными предложениями, уменьшив на две трети расстояние между оптимальными (не сходящимися) конечными предложениями. , Конечно, внутренние бонусы могут побуждать обе стороны сближаться друг с другом, поэтому сочетание внутренних и внешних бонусов вполне может облегчить соглашение.

2. FOA с бонусом

В работе Брамса и Меррилла (1983, теорема 1, стр. 929) мы дали необходимые и достаточные условия для существования глобального равновесия (Нэша) в условиях FOA, где эта процедура была смоделирована как игра двух игроков с нулевой суммой несовершенная информация. (Глобальное равновесие - это пара стратегий, так что ни одна из сторон не может извлечь выгоду из одностороннего отклонения.) Предполагается, что стороны в нашей модели знают распределение вероятностей справедливых расчетов арбитра и делают окончательные предложения в бесконечном пространстве стратегии (смоделировано по реальной линии), которые максимизируют их ожидаемые выплаты. Предполагается, что арбитр выбирает то окончательное предложение, которое ближе к его предпочтительному урегулированию.

Глобальные равновесия, когда они существуют в чистых стратегиях, представляют предложения, которые (1) симметричны относительно медианы общего распределения вероятностей для понятия арбитра о справедливом урегулировании, и (2) отделены друг от друга величиной, равной обратной функции плотности этого распределения оценивается по медиане. Для наиболее распространенных распределений это разделение представляет два или более стандартных отклонения (для нормального распределения разрыв составляет ~ 2,51 стандартного отклонения); разделение также зависит от неприятия риска сторонами [Wittman (1986)].

Наша предыдущая модель предполагает, что стороны осознают полезность только из числового значения урегулирования. В своих расчетах ожидаемой полезности они обменивают это значение на вероятность выбора арбитром.

Предположим, однако, что два участника, A («участник с низкой ставкой», например, руководство, конечное предложение которого равно a), и B («участник с высокой ставкой», например, рабочая сила, конечное предложение которого b), воспринимают себя как получить бонусы SA и SB, соответственно, за победу в расчете как таковом. Более того, предположим, что эти бонусы известны каждому игроку - они общеизвестны.

Мы предполагаем, что понятие арбитра о справедливом урегулировании имеет непрерывное распределение с функцией плотности вероятности f и распределением F с F '= f (или для каждого x существуют хотя бы односторонние производные от F), и что медиана этого распределения без потери общности 0. Мы также предполагаем, что игрок A стремится минимизировать функцию выигрыша

ФОРМУЛА

Обратите внимание, что бонус S вычитается из предложения A, когда руководство выигрывает - ему нужна более низкая шкала заработной платы - что произойдет с вероятностью F [$ a + b)]. То есть с этой вероятностью выбор арбитра будет ближе к предложению A, чем к предложению Б; аналогично, с дополнительной вероятностью предложение B выиграет, и A не получит бонуса. Игрок B, с другой стороны, стремится максимизировать

ФОРМУЛА

Взяв частные производные, получим для критической точки (a, b)

ФОРМУЛЫ 3 - 10

Локальное равновесие - это пара стратегий, каждая из которых содержится в окрестностях, так что ни одна из сторон не имеет стимула отклоняться в пределах своего соседства. Такое равновесие возникает при решении (u ,, b,) уравнений. (5) и (6), или эквивалентно, при соответствующем решении уравнений. (9) и (lo), если GB имеет локальный максимум, а G - локальный минимум, то есть, если

ФОРМУЛА

Применяя (9) и (10) к (3) и (4), неравенства, указанные выше, выполняются, если

ФОРМУЛА 11

где m, = $ (a, + b,) - середина между местными равновесными предложениями a и bI. Обратите внимание, что когда нет бонусов (S, = Sa = O), F (m,) = i и m, = O, так что условие (11) становится \ f '(0) (<4f2 (O). Это Особый случай был приведен в работе Брамса и Меррилла (1983, с. 930).

Сходимость окончательных предложений получается, если d = 0, т.е. согласно (9), если

ФОРМУЛА 12

Обозначим через (a ,, b,) стратегию глобального равновесия при отсутствии бонусов. В Brams and Merrill (1983, p. 929) было показано, что b ,, - a0 = l / f (O). Следовательно, если f имеет максимум в 0 (как в случае любого симметричного унимодального распределения), то из (12) следует, что

ФОРМУЛА

то есть сумма значений бонусов, чтобы вызвать сходимость, должна быть равна или превышать двойной разрыв между предложениями местного равновесия, которые имели место до бонусов. Интуитивно понятно, что бонусы должны равняться, по крайней мере, вдвое больше разрыва, потому что в конкретном поселении можно выиграть только один из бонусов, в результате чего ожидаемая стоимость каждого из них только вдвое меньше его «номинальной стоимости». Таким образом, если бонусы равны, каждый должен быть равен как минимум разрыву, чтобы стороны могли его мотивировать закрыть.

Случай 1. Предположим, что предполагаемые бонусы для каждого трейдера одинаковы, то есть S = Sa = S. Тогда по формуле (lo), F (m) = $, m = O и b-u = l / f (O) -S. Условие (11) становится [f ’(O) 1c4f2 (0), как и перед бонусом. На самом деле, глобальное равновесие

ФОРМУЛА

который симметричен относительно начала координат и сходится, если S = l / f (O). Чтобы доказать, что (a ,, b,) является глобальным равновесием, достаточно показать, что G, (u, b) s $ S для всех b [, поскольку Gs (u ,, b,) = fS по формуле. (2)]. Доказательство почти идентично доказательству теоремы 1, часть II, в работе Брамса и Меррилла (1983, с. 930-931).

Случай 2. Партия B воспринимает положительный бонус S, = S, а A - нет (S, = O). Как и раньше, предположим, что B - это труд, а A - управление. Условия (9) и (10) становятся

ФОРМУЛА 13-14

где снова m = $ (a -I-b). Для сходимости нам понадобится S = 2 / ‘(m), и в этом случае F (m) =) - + = O, т. E. M = F -‘ (0). Ясно, что если F - ‘(O) =

- не происходит сближения. Если m = F - '(O) # - co и f (m)> O, то сходимость происходит в a, = b, = F -' (O), т. E. В самой левой точке опоры плотности вероятности f, точка решительно в пользу управления.

Предполагая, что только партия B получает бонус и что бонус имеет размер S = 2, мы получаем, для множества известных распределений, значения в таблице 1 для m, d (с бонусом), a ,, и б ,. Такой бонус в два раза больше разрыва d, который возникает без бонуса, при условии, что каждая плотность нормирована так, что f (O) = 1. (Эта нормализация возможна для любого распределения, удовлетворяющего необходимому условию f (O) #O, для существование локального равновесия без бонуса.) Дополнительные сведения приведены в Приложении A. Мы не можем доказать, что локальное равновесие в точке (al, b,) является глобальным равновесием. Компьютерный расчет предполагает, однако, что равновесия с бонусом являются глобальными для всех распределений, перечисленных в таблице 1. Без бонуса (S = O) пара стратегий глобального равновесия равна (- 0,5,0,5), m = 0 и d. = 1, независимо от распределения [см. Brams and Merrill (1983, p. 930)]. Однако при наличии бонуса стратегии (локального) равновесия (a ,, b,) зависят от распределения, как указано в таблице 1. Из (14) следует, что ms0 для любого положительного значения S, т.е. среднее (местное) равновесное предложение не может увеличиваться при наличии бонуса. Экспоненциальное распределение исключено из таблицы, потому что не существует решения, если S превышает разрыв (сходимость происходит, когда S равен разрыву).

Сходимость предложений (локального) равновесия достигается для экспоненциального распределения (для S = 1) и равномерного распределения (для S = 2), но не для других рассмотренных распределений. В каждом случае, изображенном в таблице 1, бонус за труд приводит к тому, что разрыв между предложениями равновесия уменьшается или остается неизменным (см. Также Приложение А). Кроме того, оба предложения уменьшаются или остаются одинаковыми, т. Е. Предложение о трудовом (местном) равновесии менее благоприятно для рабочей силы, а управление более благоприятно для управления.

3. Обращение в полицию штата Нью-Джерси, 1978-1980 гг.

Ашенфелтер и Блум (1984) изучили 423 арбитражных дела в Нью-Джерси, связанных со спорами о заработной плате между полицией и местными органами власти за период 1978–1980 годов. Из них 324 были рассмотрены в рамках FOA и 99 - при обычном арбитраже. Из 324 населенных пунктов FOA более двух третей (69%) были присуждены на оплату труда. После представления убедительных доказательств того, что решения FOA были приняты группой беспристрастных арбитров, которые систематически применяли те же стандарты, что и в обычных арбитражных делах, Ашенфелтер и Блум далее указывают, что согласно FOA,

стороны, как правило, не могут находиться на одинаковом расстоянии от предпочтительного решения арбитра и на противоположных сторонах. Это может произойти либо потому, что профсоюзы придерживаются более консервативного представления о том, что разрешат арбитры, либо потому, что профсоюзы могут бояться рисковать больше, чем работодатели. [Ашенфелтер и Блум (1984, стр. 123)]

Мы полагаем, что один из способов объяснения этого консервативного поведения со стороны труда состоит в том, чтобы постулировать, что труд, а не руководство, воспринимал себя для получения бонуса за победу. Как указано в таблице 2, окончательные предложения (выраженные в процентах увеличения общей компенсации) в среднем составляли 7,9% для рабочей силы и 5,7% для управления. Обычные арбитражные решения в среднем составляли 7,7x, что намного ближе к трудовым ресурсам, чем среднее управление в рамках FOA.

Если управленческие и трудовые окончательные предложения обозначены через a и b соответственно, то вероятность того, что руководство выиграет вознаграждение для беспристрастного арбитра, равна # (a + b)], где F - функция распределения для предпочтения арбитра. Ашенфелтер и Блум предполагают, что F - нормальное распределение. Хотя истинное предпочтение арбитра не раскрывается, два параметра, p и / I, этого нормального распределения могут быть оценены с помощью пробитного анализа из серии наблюдаемых выборов арбитра из окончательных предложений объединения и руководства. Основываясь на результатах 324 дел о FOA в Нью-Джерси, Ашенфелтер и Блум оценивают среднее значение этого распределения в 8,0х, лишь немного выше, чем среднее арбитражное решение и приблизительно равно среднему предложению профсоюза по FOA.

Чтобы определить стратегии равновесия с бонусом или без него, мы также должны оценить стандартное отклонение предпочтений арбитра. Это стандартное отклонение, которое, по оценкам Ашенфелтера и Блума, составляет 2,3%, учитывает различия между арбитрами и между делами, а также неопределенность в отношении предпочтений арбитра в отношении труда и менеджмента. Ашенфелтер и Блум (1984, стр. 122) пытаются устранить изменчивость между арбитрами, включив функции индикаторов арбитра в свою регрессионную модель. Остаточное стандартное отклонение варьируется от 1 до 3% (для разных лет), но доверительные интервалы широки, поскольку сохраняется только небольшая часть данных, включая часто используемых арбитров. Блум (1986, стр. 583), в отдельном исследовании, в котором арбитрам были представлены смоделированные дела, основанные на опыте арбитража полиции Нью-Джерси, обнаружил, что выделение различия между делами уменьшило стандартное отклонение с 1,82 до 1,52%.

Предположим, в качестве рабочей гипотезы, что стандартное отклонение неопределенности арбитра после учета вариации между арбитром и между случаями составляет 1,5%, а средняя позиция арбитра составляет 8,0% (по оценкам Ашенфелтера и Блума). Мы можем вычислить равновесные конечные предложения как с трудовым бонусом, так и без него. Предполагая нормальное распределение и отсутствие бонусов, (глобальное) равновесное управление и предложения рабочей силы составляют 6,1% и 9,9X соответственно, что намного выше, чем наблюдаемые средние предложения (5,7% и 7,9%).

Если рабочая сила воспримет бонус за выигрыш в 3,8% (равный разрыву между предложениями глобального равновесия без бонусов), то (местные) предложения равновесия станут 5,9% для управления и 8,4% для труда, что ближе к реально наблюдаемым предложениям (см. рис. 1). Уменьшение предполагаемого стандартного отклонения с 1,5 до 1,0% сужает эти равновесные предложения как с бонусом, так и без него, но аналогично дает равновесие с бонусом, которое согласуется с наблюдениями Ашенфелтера и Блума. Обратите внимание, что, как это делают Ашенфелтер и Блум, труд дорого платит за повышение вероятности его выигрыша: ожидаемая стоимость урегулирования значительно уменьшается в стоимости.

4. Применение к пространственным моделям избирательной конкуренции

Модель FOA имеет интересную интерпретацию в политической науке. На выборах с двумя кандидатами используется одномерная пространственная модель [Downs (1957). Enelow и Hinich (1984)], кандидаты и избиратели располагаются в реальном масштабе времени от либерального (слева) до консервативного (справа). В простейшей форме модели избиратели голосуют за кандидата, позиция которого ближе к его собственной.

Классическая теорема о медианном избирателе для гонок с двумя кандидатами [Black (1958), Davis and Hinich (1966, 1967), Plott (1967)] утверждает, что при разумных условиях оптимальная стратегия для кандидатов, ориентированных исключительно на победу, заключается в себя в средней позиции. Однако на практике конкурирующие кандидаты редко объявляют идентичные платформы. Мы предполагаем, что более реалистичная модель может быть создана по образцу FOA с бонусом.

Предположим, что положение медианного избирателя точно не известно, а скорее, что оно может быть описано функцией плотности вероятности, и что это распределение медианного избирателя одинаково для обоих кандидатов. Предположим далее, что у каждого кандидата есть идеальная политическая позиция: один кандидат слева и один справа от центра, который каждый хотел бы видеть реализованным. У каждого есть уменьшающаяся полезность для других положений, поскольку они отступают к центру от идеала. Предположим, на данный момент, что реализованная политическая позиция является той, которая была объявлена во время кампании победившим кандидатом. Предположим, кроме того, что кандидат не получает никакой выгоды от выигрыша как такового, присоединяя одну и ту же утилиту к реализованной платформе независимо от того, кто ее реализует.

Этот параметр имитирует FOA без бонуса. Заявленные позиции кандидатов могут быть истолкованы как окончательные предложения избирателям. (Неизвестный) медианный избиратель действует как арбитр. Кандидат, объявленная позиция которого после выборов оказывается ближе к срединному избирателю, получает большинство голосов и побеждает. Но из-за неопределенности перед выборами, присущей распределению медианных избирателей, можно ожидать, что кандидаты выберут равновесные стратегии (заявленные платформы), равноудаленные от медианы распределения медианных избирателей, так же, как при FOA без бонуса. Для каждого кандидата такая стратегия представляет собой компромисс между полезностью платформы, которая будет реализована, и вероятностью того, что она будет выбрана избирателями.

Однако, если кандидаты стремятся победить так же, как хотят видеть желаемую политику реализованной [Wittman (1983) Calvert (1985)], их поведение может быть смоделировано как FOA с бонусом. Бонусы за победу, к которым стремятся обе стороны, будут действовать не только для того, чтобы сократить разрыв между заявленными платформами, но и для того, чтобы отклонить обе эти принятые позиции от кандидата, который более готов уступить позицию, чтобы победить. Дальнейшее сокращение разрыва может быть вызвано готовностью кандидата после избрания отклониться от заявленной им платформы.

Однако полезность бонуса, достаточного для того, чтобы вызвать конвергенцию платформ, может быть достаточно высокой. Поэтому в большинстве гонок с двумя кандидатами кандидаты имеют тенденцию быть различимыми с точки зрения некоторого основного измерения.

5. Внешний бонус под FOAB.

До сих пор мы предполагали, что бонусы обеих сторон за победу, будь то в споре или на выборах, являются внутренними: они начисляются победителю FOA или, на выборах, от удовлетворения или гордости за победу. Но теперь предположим, что правила FOA изменены и согласно тому, что мы ранее называли FOAB, бонус сделан внешним.

В частности, предположим, что победителю присуждается бонус, равный по стоимости промежутку между окончательными предложениями, за который платит проигравший. Другими словами, с учетом окончательных предложений a и b, если труд выигрывает, труд присуждается не b, a b + (b - a), и руководство получает не a, a a (b-u). Ситуация меняется, если руководство выигрывает.

Эта эскалация ставок сокращает разрыв между конечными предложениями равновесия в 3 раза, то есть разрыв (b-a) уменьшается с l / f (O) до 1 / 3f (O). Указывая S, = (b-a) и SA = (b -a) в формулах (1) и (2), модифицированная игра становится нулевой суммой, давая единственную функцию выплаты

ФОРМУЛА

где m обозначает $ (a + b). Принимая частные производные, как в разделе 2, мы получаем критическую точку для функции выигрыша в + 1 / 3f (O), которая является, по крайней мере, локальным равновесием всякий раз, когда (f '(O) 1 <12 [f (O)]' Обратите внимание, что нельзя заменить непосредственно в (9) и (10), потому что бонус включает переменные дифференцирования.

В отличие от внутренних бонусов, каждый из которых равен зазору b, -a, между равновесием

предложения, которые вызывают конвергенцию, внешних бонусов одинакового размера - нет. Это происходит потому, что, если какая-либо из сторон движется к центру, внешний бонус уменьшается, уменьшая ожидаемый выигрыш по сравнению с внутренним бонусом, который остается фиксированным.

Равновесие в рамках FOAB происходит именно при множестве конечных предложений, так что согласно измененным правилам FOAB множество

6. Выводы. Нередко считается, что одна из сторон выигрывает в споре, урегулированном обычным арбитражем - даже когда арбитр разделяет разницу каким-либо образом - но гораздо чаще встречается, что урегулирование рассматривается как компромисс для обеих сторон. , ни с кем полностью не доволен результатом. В отличие от FOA, никогда не возникает вопроса о том, кто победил, но выиграть, «раздав дом», конечно, искажает сам смысл победы.

Данные о спорах в Нью-Джерси говорят о том, что профсоюзы, поскольку они, вероятно, ценят победу больше, чем руководство, более консервативны в своих окончательных предложениях. Если они придают внутренний бонус победе, чего не делают местные органы власти - и правительства, а также профсоюзы знают об этом - правительства могут использовать эти знания для выбора стратегий равновесия, которые используют эту информацию. Но у профсоюзов также есть стратегии равновесия, которые учитывают тот факт, что их бонусы позволят им побеждать чаще.

В общем, когда одна сторона, а не другая видит бонус в выигрыше, сторона, которая придает дополнительную ценность выигрышу, будет повреждена при расчете, что предполагает, что она должна попытаться скрыть этот факт. Однако, когда обе стороны одинаково ценят победу, их стратегии равновесия сближаются друг с другом, сходясь, когда бонус каждой из них представляет собой разрыв между их окончательными предложениями. Точно так же политические кандидаты, вероятно, сближаются друг с другом в той степени, в которой они оба ценят победу и делают это более или менее одинаково.

Этот результат побудил нас включить внешний бонус в FOA, давая FOAB, чтобы попытаться побудить две стороны самостоятельно разрешать свои разногласия, создавая больший стимул к тому, чтобы сходиться в своих окончательных предложениях. Самым многообещающим пересмотром в FOA является добавление разрыва между двумя последними предложениями к расчету победителя, который должен будет заплатить проигравший. Таким образом, штраф для проигравшего увеличивается, а выигрышный расчет подслащивается, потому что проигравший должен оплатить не только окончательное предложение победителя, но и разницу между этим предложением и его собственным. Тем не менее, такого «двойного» штрафа за проигрыш еще недостаточно для того, чтобы вызвать сходящиеся конечные предложения без внутренних бонусов. Процедура, однако, известная как комбинированный арбитраж [Brams and Merrill (1986) Brams (1990, ch. 3) и Brams, Kilgour and Merrill (1991)], выполняет это, по крайней мере, в принципе для симметричных унимодальных распределений.

Вкратце, при комбинированном арбитраже FOA используется, если выбор арбитра находится между двумя окончательными предложениями; если они сходятся или пересекаются, среднее значение этих предложений принимается за расчет. С другой стороны, если арбитр предпочитает урегулирование за пределами двух окончательных предложений, более экстремальное, чем любое из них, это становится урегулированием. В последнем случае комбинированный арбитраж лишает стороны стимула быть крайним - арбитр «защищает» каждого со своей стороны, позволяя каждому «позволить» идти на компромисс.

Правило, которое в некоторой степени переносит ответственность на арбитра, так же как и комбинированный арбитраж, когда арбитр выбирает урегулирование,

кажется необходимым, чтобы заставить обе стороны полностью сходиться. Как это ни парадоксально, необходимость в том, чтобы арбитр на самом деле сделал выбор при комбинированном арбитраже, устранена, по крайней мере, теоретически, потому что стимулы таковы, что обе стороны сойдутся самостоятельно. Таким образом, угроза использования комбинированного арбитража может привести к его упадку. Даже в условиях FOA угроза его использования заставляет участников спора настроиться на переговоры. Таким образом, в 1987 году только 26 из 109 игроков бейсбола высшей лиги, которые первоначально подали на арбитраж в спорах по зарплате, фактически решили в конце концов использовать FOA, как предписано в таких спорах [Chass (1988)].

FOAB, безусловно, увеличит давление на стороны, чтобы они были более сговорчивыми, сделав их более дорогостоящими для проигрыша. Но это давление никогда не бывает, по крайней мере, теоретически, настолько сильным, чтобы вызвать сходимость. Более того, урегулирование равновесия будет таким же односторонним результатом, как и в рамках FOA, что приведет нас к объединенному арбитражу, который способствует полной конвергенции окончательных предложений спорщиков.

Приложение

В этом приложении мы описываем влияние бонуса на равновесия для нескольких распределений. Если f имеет экспоненциальное распределение f (x) = emX, x10, глобальное равновесие без бонуса происходит при (a ,, b,) = (ln2-l, ln2 + 1) = (-0,307,1,693). Однако, если B (рабочая сила) воспринимает бонус, равный разрыву между стратегиями глобального равновесия (d = 2), то конвергенция происходит при (a, b,) = (O, O), левая конечная точка наиболее благоприятствует управление. Обратите внимание, что на обе стратегии влияет знание бонуса одной стороне. Конвергентное равновесие для равномерного распределения также происходит в левой конечной точке, которая, по совпадению, является стратегией равновесия A, когда нет бонуса (стратегия равновесия B без бонуса является правой конечной точкой). Для симметричного треугольного распределения F- ‘(0)